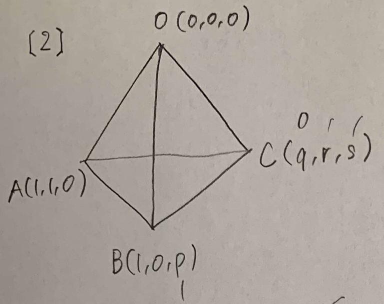
[2]



$p>0,\ s>0$

(1) $\vec{OA}\cdot\vec{OB} = |\vec{OA}||\vec{OB}|\cos\angle AOB$ より

$1=\sqrt{2}\sqrt{1+p^2}\ \frac{1}{2}$

$\sqrt{1+p^2}=\sqrt{2}$

$1+p^2=2$

$p^2=1$

$p>0$ より

$p=1$

$\vec{OB}\cdot\vec{OC} = |\vec{OB}||\vec{OC}|\cos\angle BOC$

$q+ps=\sqrt{1+p^2}\sqrt{q^2+r^2+s^2}\ \frac{1}{2}$

$p=1$

$q+s=\sqrt{2}\sqrt{q^2+r^2+s^2}\ \frac{1}{2}$

$\sqrt{2}(q+s)=\sqrt{q^2+r^2+s^2}$ —①

$\vec{OC}\cdot\vec{OA} = |\vec{OC}||\vec{OA}|\cos\angle AOC$

$q+r=\sqrt{q^2+r^2+s^2}\sqrt{2}\ \frac{1}{2}$ —※

$\sqrt{2}(q+r)=\sqrt{q^2+r^2+s^2}$ —②

①,② より

$q+s=q+r$

$s=r$ ①に代入

$\sqrt{2}(q+r)=\sqrt{q^2+2r^2}$

$2(q+r)^2=q^2+2r^2$

$4qr+q^2=0$

$q(4r+q)=0$

$4r+q=0$ とすると

$q=-4r$

※ より, $q+r>0$

$-4r+r>0$

$-3r>0$ これは $r=s>0$ に矛盾.

$\therefore\ q=0$

$|\vec{OA}|=|\vec{OC}|$ より

$\sqrt{q^2+r^2+s^2}=\sqrt{2}$

$\sqrt{2r^2}=\sqrt{2}$

$r^2=1$

$r>0$ より

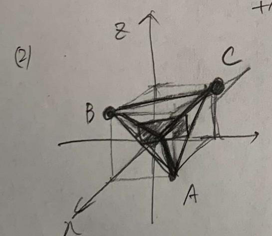
$r=1$

$s=1$

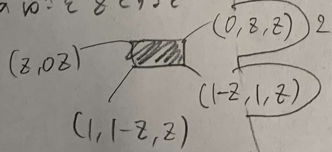
$\therefore\ p=1,\ q=0,\ r=1,\ s=1$

十分性 示す?

(2)



切断面の高さを z とすると



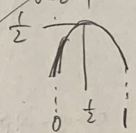
断面積は $\sqrt{(1-z)^2+(1-z)^2}\sqrt{z^2+z^2}$

$=\sqrt{2z^2}\sqrt{2(z-1)^2}$

$z>0$ より $=2z|z-1|$

$z-1<0$ より $2z(1-z)=-2z^2+2z=-2(z-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{2}$

$0<z<1$



最大値 $\frac{1}{2}$