

数学 I ・ 数学 A

[4] 三角形 ABC の外接円を O とし、円 O の半径を R とする。辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ a, b, c とし、 $\angle CAB, \angle ABC, \angle BCA$ の大きさをそれぞれ A, B, C とする。

太郎さんと花子さんは三角形 ABC について

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad \dots\dots (*)$$

の関係が成り立つことを知り、その理由について、まず直角三角形の場合を次のように考察した。

$C = 90^\circ$ のとき、円周角の定理より、線分 AB は円 O の直径である。

よって、

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{2R}$$

であるから、

$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

となる。

同様に、

$$\frac{b}{\sin B} = 2R$$

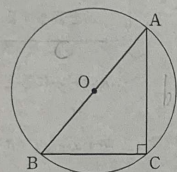
である。

また、 $\sin C = 1$ なので、

$$\frac{c}{\sin C} = AB = 2R$$

である。

よって、 $C = 90^\circ$ のとき (*) の関係が成り立つ。



次に、太郎さんと花子さんは、三角形 ABC が鋭角三角形や鈍角三角形のときにも (*) の関係が成り立つことを証明しようとしている。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(1) 三角形 ABC が鋭角三角形の場合についても (*) の関係が成り立つことは、直角三角形の場合に (*) の関係が成り立つことをもとにして、次のような太郎さんの構想により証明できる。

太郎さんの証明の構想

点 A を含む弧 BC 上に点 A' をとると、円周角の定理より

$$\angle CAB = \angle CA'B$$

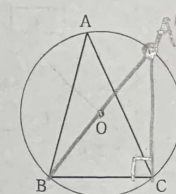
が成り立つ。

特に、**カ** を点 A' とし、三角形 A'BC に対して $C = 90^\circ$ の場合の考察の結果を利用すれば、

$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

が成り立つことを証明できる。

$\frac{b}{\sin B} = 2R, \frac{c}{\sin C} = 2R$ についても同様に証明できる。



カ に当てはまる最も適当なものを、次の①~④のうちから一つ選べ。

- ① 点 B から辺 AC に下ろした垂線と、円 O との交点のうち点 B と異なる点
- ② 直線 BO と円 O との交点のうち点 B と異なる点
- ③ 点 B を中心とし点 C を通る円と、円 O との交点のうち点 C と異なる点
- ④ 点 O を通り辺 BC に平行な直線と、円 O との交点のうちの一つ
- ⑤ 辺 BC と直交する円 O の直径と、円 O との交点のうちの一つ

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)