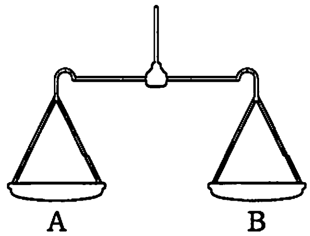
数学Ⅰ・数学A　第3問～第5問は，いずれか2問を選択し，解答しなさい。

第4問 (選択問題) (配点 20)



ある物体Xの質量を天秤(びん)ばかりと分銅を用いて量りたい。天秤ばかりは支点の両側に皿A，Bが取り付けられており，両側の皿にのせたものの質量が等しいときに釣り合うように作られている。分銅は3gのものと8gのものを何個でも使うことができ，天秤ばかりの皿の上には分銅を何個でものせることができるものとする。以下では，物体Xの質量をM(g)とし，Mは自然数であるとする。

(1) 天秤ばかりの皿Aに物体Xをのせ，皿Bに3gの分銅3個をのせたところ，天秤ばかりはBの側に傾いた。さらに，皿Aに8gの分銅1個をのせたところ，天秤ばかりはAの側に傾き，皿Bに3gの分銅2個をのせると天秤ばかりは釣り合った。このとき，皿A，Bにのせているものの質量を比較すると

1　　5

$$M + 8 \times \boxed{\text{ア}} = 3 \times \boxed{\text{イ}}$$

7

が成り立ち，$M = \boxed{\text{ウ}}$ である。上の式は

$$3 \times \boxed{\text{イ}} + 8 \times \left(-\boxed{\text{ア}}\right) = M$$

と変形することができ，$x = \boxed{\text{イ}}$，$y = -\boxed{\text{ア}}$ は，方程式 $3x + 8y = M$ の整数解の一つである。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

$M+8\times\boxed{} = 3\times\boxed{}$

(2) $M=1$のとき，皿Aに物体Xと8gの分銅 $\boxed{\text{エ}}$ 個をのせ，皿Bに3gの分銅3個をのせると釣り合う。

1

よって，Mがどのような自然数であっても，皿Aに物体Xと8gの分銅 $\boxed{\text{オ}}$ 個をのせ，皿Bに3gの分銅 $\boxed{\text{カ}}$ 個をのせることで釣り合うことになる。$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

1 4

⓪ $M-1$　　① M　　② $M+1$

③ $M+3$　　④ $3M$　　⑤ $5M$

(3) $M=20$のとき，皿Aに物体Xと3gの分銅p個を，皿Bに8gの分銅q個をのせたところ，天秤ばかりが釣り合ったとする。このような自然数の組$(p,\ q)$のうちで，pの値が最小であるものは$p=\boxed{\text{キ}}$，$q=\boxed{\text{ク}}$であり，方程式$3x+8y=20$のすべての整数解は，整数nを用いて

4 4

$$x=\boxed{\text{ケコ}}+\boxed{\text{サ}}n,\quad y=\boxed{\text{ク}}-\boxed{\text{シ}}n$$

−4　8　4　3

と表すことができる。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

$20+3p=8q$

$3p-8q=-20$ → $\underset{x}{3(-p)}+8\underset{y}{q}$ 20

$-)\ 3\cdot4-8\cdot4=-20$

$3(p-4)-8(q-4)=0$

$3(p-4)=8(q-4)$

$p-4=8k$

$q-4=3k$

$x=-4-8k$

$x=-4+8(-k)$ $\quad -k = n$

$y=4-3(-k)$ $\quad -k = n$

(4) $M=$ $\boxed{\text{ウ}}$ とする。3 g と 8 g の分銅を，他の質量の分銅の組み合わせに変えると，分銅をどのようにのせても天秤ばかりが釣り合わない場合がある。この場合の分銅の質量の組み合わせを，次の⓪〜③のうちから**すべて選べ**。ただし，２種類の分銅は，皿A，皿Bのいずれにも何個でものせることができるものとする。 $\boxed{\text{ス}}$

⓪ 3 g と 14 g

① 3 g と 21 g

② 8 g と 14 g

③ 8 g と 21 g

(数学Ⅰ・数学A第４問は次ページに続く。)

(5) 皿Aには物体Xのみをのせ，3gと8gの分銅は皿Bにしかのせられないとすると，天秤ばかりを釣り合わせることではMの値を量ることができない場合がある。このような自然数Mの値は $\boxed{\text{セ}}$ 通りあり，そのうち最も大きい値は $\boxed{\text{ソタ}}$ である。

13　7

ここで，$M >$ $\boxed{\text{ソタ}}$ であれば，天秤ばかりを釣り合わせることでMの値を量ることができる理由を考えてみよう。xを0以上の整数とするとき，

(i) $3x + 8 \times 0$ は0以上であって，3の倍数である。

(ii) $3x + 8 \times 1$ は8以上であって，3で割ると2余る整数である。

(iii) $3x + 8 \times 2$ は16以上であって，3で割ると1余る整数である。

$\boxed{\text{ソタ}}$ より大きなMの値は，(i)，(ii)，(iii)のいずれかに当てはまることから，0以上の整数x，yを用いて$M = 3x + 8y$と表すことができ，3gの分銅x個と8gの分銅y個を皿BにのせることでMの値を量ることができる。

このような考え方で，0以上の整数x，yを用いて$3x + 2018y$と表すことができないような自然数の最大値を求めると，$\boxed{\text{チツテト}}$ である。

4033

4032
4033
4034
4035
4036